# 2009年 第一届全国大学生数学竞赛预赛试卷

**一、填空题（每小题5分，共20分）**

1．计算\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，其中区域由直线与两坐标轴所围成三角形区域.

2．设是连续函数，且满足, 则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

3．曲面平行平面的切平面方程是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

4．设函数由方程确定，其中具有二阶导数，且，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

1. **（5分）求极限，其中是给定的正整数**.

**三、（15分）设函数连续，，且，为常数，求并讨论在处的连续性.**

**四、（15分）已知平面区域，为的正向边界，试证：**

**（1）；**

**（2）.**

**五、（10分）已知，，是某二阶常系数线性非齐次微分方程的三个解，试求此微分方程.**

1. **（10分）设抛物线过原点.当时,,又已知该抛物线与轴及直线所围图形的面积为.试确定,使此图形绕轴旋转一周而成的旋转体的体积最小.**

**七、（15分）已知满足, 且, 求函数项级数之和.**

**八、（10分）求时, 与等价的无穷大量**.

# 2010年 第二届全国大学生数学竞赛预赛试卷

**一、（25分，每小题5分）**

（1）设其中求

（2）求。

（3）设，求。

（4）设函数有二阶连续导数，，求。

（5）求直线与直线的距离。

**二、（15分）设函数在上具有二阶导数，并且**

**且存在一点，使得。证明函数在R上只有两个实根**

1. **（15分）设函数由参数方程所确定，其中具有二阶导数，曲线与在出相切，求函数。**

**四、（15分）设证明：**

**（1）当时，级数收敛；**

**（2）当且时，级数发散**。

**五、（15分）设是过原点、方向为，（其中的直线，均匀椭球**

**，其中（密度为1）绕旋转。**

**（1）求其转动惯量；**

**（2）求其转动惯量关于方向的最大值和最小值。**

**六、(15分)设函数具有连续的导数，在围绕原点的任意光滑的简单闭曲线上，曲线积分的值为常数。**

**（1）设为正向闭曲线证明**

**（2）求函数；**

**（3）设是围绕原点的光滑简单正向闭曲线，求**。

# 2011年 第三届全国大学生数学竞赛预赛试卷

1. **计算下列各题（本题共3小题，每小题各5分，共15分）**

（1）.求；

（2）.求；

（3）已知，求。

**二．（本题10分）求方程的通解**。

**三．（本题15分）设函数f(x)在x=0的某邻域内具有二阶连续导数，且均不为0，证明：存在唯一一组实数，使得。**

四．（本题17分）设，其中，，为与的交线，求椭球面在上各点的切平面到原点距离的最大值和最小值。

**五．（本题16分）已知S是空间曲线绕y轴旋转形成的椭球面的上半部分（）取上侧，是S在点处的切平面，是原点到切平面的距离，表示S的正法向的方向余弦。计算：**

**（1）；（2）**

六．（本题12分）设f(x)是在内的可微函数，且，其中，任取实数，定义证明：绝对收敛。

**七**．**（本题15分）是否存在区间上的连续可微函数f(x)，满足，**

**？请说明理由。**

# 2012年 第四届全国大学生数学竞赛预赛试卷

一、（本大题共5小题，每小题6分共30分）解答下列个体（要求写出要求写出重要步骤）

(1) 求极限

(2) 求通过直线的两个互相垂直的平面和，使其中一个平面过点。

(3) 已知函数，且。确定常数和，使函数满足方程

(4) 设函数连续可微，，且在右半平面与路径无关，求。

(5) 求极限

二、（本题10分）计算

三、求方程的近似解，精确到0.001.

四、（本题12分）设函数二阶可导，且，，，求，其中是曲线上点处的切线在轴上的截距。

五、（本题12分）求最小实数，使得满足的连续函数都 有 

六、（本题12分）设为连续函数，。区域是由抛物面

和球面所围起来的部分。定义三重积分



求的导数

七、（本题14分）设与为正项级数，证明：

（1）若，则级数收敛；

（2）若，且级数发散，则级数发散。

# 2013年 第五届全国大学生数学竞赛预赛试卷

1. **解答下列各题（每小题6分共24分，要求写出重要步骤）**

1.求极限.

2.证明广义积分不是绝对收敛的

3.设函数由确定，求的极值。

4.过曲线上的点A作切线，使该切线与曲线及轴所围成的平面图形的面积为，求点A的坐标。

**二、（满分12）计算定积分**

**三、（满分12分）设****在****处存在二阶导数****，且**。**证明 ：级数****收敛。**

**四、（满分12分）设**，**证明**

**五、（满分14分）设****是一个光滑封闭曲面，方向朝外。给定第二型的曲面积分****。试确定曲面**，**使积分**I**的值最小，并求该最小值。**

**六、（满分14分）设**，**其中****为常数，曲线**C**为椭圆****，取正向。求极限**

七**（满分14分）判断级数****的敛散性，若收敛，求其和。**

# 2014年 全国大学生数学竞赛预赛试题

1. 填空题(共有5小题，每题6分，共30分)
   * + 1. 已知和是齐次二阶常系数线性微分方程的解，则该方程是\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
       2. 设有曲面和平面。则与平行的的切平面方程是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
       3. 设函数由方程所确定。求\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
       4. 设。则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
       5. 已知。则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
2. （本题12分）设为正整数，计算。
3. （本题14分）设函数在上有二阶导数，且有正常数使得。证明：对任意，有。
4. （本题14分）（1）设一球缺高为，所在球半径为。证明该球缺体积为。球冠面积为；（2）设球体被平面所截得小球缺为，记球冠为，方向指向球外。求第二型曲面积分



1. （本题15分）设在上非负连续，严格单增，且存在，使得。求
2. （本题15分）设。求

2015年 第七届全国大学生数学竞赛预赛试卷

一、填空题（每小题6分，共5小题，满分30分）

（1）极限 .

（2）设函数由方程所决定，其中具有连续偏导数，且。则 .

（3）曲面在点的切平面与曲面所围区域的体积是 .

（4）函数在的傅立叶级数在收敛的值是 .

（3）设区间上的函数定义域为的，则的初等函数表达式是 .

二、（12分）设是以三个正半轴为母线的半圆锥面，求其方程。

三、（12分）设在内二次可导，且存在常数，使得对于，有，则在内无穷次可导。

四、（14分）求幂级数的收敛域，及其和函数。

五、（16分）设函数在上连续，且。试证：

（1）使

（2）使

六、（16分）设在上有连续的二阶偏导数，且。若

证明：。

**2016年 第八届全国大学生数学竞赛**

1. 填空题（每小题5分，满分30分）
2. 若在点可导，且，则 .
3. 若，存在，求极限.

3、设有连续导数，且，记，若，求在的表达式.

1. 设，求，.
2. 求曲面平行于平面的切平面方程.

二、（14分）设在上可导，，且当，，

试证当，.

1. （14分）某物体所在的空间区域为，密度函数为，求质量.

四、（14分）设函数在闭区间上具有连续导数，，，

证明：.

1. （14分）设函数在闭区间上连续，且，证明：在内存在不同的两点，使得.
2. 设在可导，且.

用Fourier级数理论证明为常数.

# 第九届全国大学生数学竞赛非数学类试题（预赛）

一、填空题（本题满分42分，共6小题，每小题7分）

1、已知可导函数满足

则=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

2、极限\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

3、设具有二阶连续偏导数，且，其中为非零常数，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

4、设有二阶连续导数，且，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

5、不定积分\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

6、记曲面和围成空间区域为,则三重积分

。

二、（本题满分14分）

设二元函数在平面上有连续的二阶偏导数，则任何角度,定义一元函数，，若对任何都有

，证明是的极小值。

三、（本题满分14分）

设曲线为在上从到的一段，求曲线积分。

四、（本题满分15分）设函数且在实数轴上连续，若对任意实数，有

，则，有。

五、（本题满分15分）设为一个数列，为固定的正整数，若

，其中为常数，证明。